STATISTIQUES pour le second cycle

Les calculatrices font un travail fabuleux en calculs statistiques, mais on rencontre parfois des problèmes d'adéquations.

En effet, de nombreuses possibilités de la calculatrice sont hors programme d'enseignement, alors que certaines exigences du second cycle ne sont pas assurées par la machine.

Le propos de ce dossier concerne les SERIES STATISTIQUES À VARIABLES CONTINUES DONT LES CLASSES NE SONT PAS DE MÊME AMPLITUDE. Dans les problèmes des statistiques à variables continues, la calculatrices donne des résultats probants dans les circonstances suivantes:

- On connait la liste exhaustive des variables et on introduit toutes ces variables dans la machine.
- Ces variables sont réparties dans des classes de même amplitude. Ces conditions remplies, le calcul de la médiane et des quartiles est correct, l'histogramme est significatif

Par contre, si:

- les variables d'une même classe sont données par le centre de la classe et l'effectif,
- les classes n'ont pas toutes la même amplitude (ce qui est souvent le cas sur les bords),

alors, le calcul de la médiane et des quartiles donne le centre des classes concernées et l'histogramme est proche du «n'importe quoi».

Les fiches de programmation, des pages suivantes, permettent de répondre à ces besoins du programme scolaire.

De plus les problèmes de configuration de la calculatrice n'existent plus, dans la mesure ou chaque programme effectue lui-même la configuration pertinente.

Je remercie ici:

- Roger Balester, Professeur Contact d'Aix-Marseille, qui m'a beaucoup aidé dans ces travaux.
- Saïd Serbouti, Professeur Contact de Lille, qui a su me prodiguer les conseils utiles.

Il y a des calculatrices (les entrées de gamme) qui ne disposent pas de certaines fonctions sophistiquées.

Aussi, lorsque ce cas se présentera dans les fiches programmes, nous donneront les deux versions.

La distinction se fera de la manière suivante:

GAMME 1 regroupera les fx-6910G fx-6910aG GRAPH 20 GRAPH 25

GAMME 2 regroupera les
CFX-9930GT CFX-9960GT
CFX-9940GT CFX-9990GT
fx-8930GT GRAPH 30
GRAPH 60 GRAPH 65
GRAPH 80 GRAPH 100

Les programmes écrits pour les calculatrices GAMME 1 ou GAMME 2 sont très peu différents, et cette différence met surtout en valeur un plus grand confort de lecture des résultats (permis par l'écriture localisée des informations, pour les GAMME 2).

En tout cas, les programmes GAMME 1 fonctionnent parfaitement avec les calculatrices GAMME 2.

(La réciproque n'est pas toujours vraie).

Maintenant, à vos calculatrices!

N.B. Ces programmes seront téléchargeables sur le site internet de CASIO France. Les fiches programmes proposées exploitent une série statistique à variables continues d'effectif total 60.

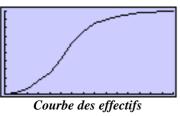
A titre <u>d'autre exemple</u>, voici les résultats obtenus, avec les programmes que nous proposons, pour la distribution suivante (il sagit du temps, en heures par semaine, passé devant la télévision, par des élèves de lycée).

,	,				
Li	St I Li	St Z L	ist 3 L	iş N	
2	2	4	79	103	
41 5	6l .el	비	155 246	389 636	Effectifs cumulés
6 7 8	12 14	14 14	231 131	1144	cumulés croissants

Durée (h)	Effectif n_i
[0;2[24
[2;4[79
[4;6[131
[6;8[155
[8; 10[246
[10; 12[278
[12; 14[231
[14; 16[137
[16; 20[122
[20; 24[72
[24;30[25

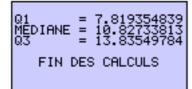
_			
	List I	List 2	List 3
	0	2	24
3 4 5	2	4	79
3	4	6	131
4	6	8	155
5	В	10	246
7	10	12	270
1	15	14	231
8	14	16	137
3	16	50	155
В	14	16	137
9	16	50	155
10			72
ΙĪ	20 24	24 30	25
15			
GRP	H CALC	TEST I	NIIR DIS
	Ţ		

Les données

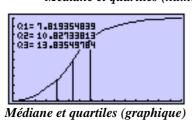


GRPH CALC TEST INTR DIST

cumulés croissants

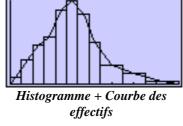


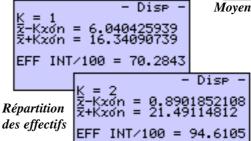
Médiane et quartiles (numérique)

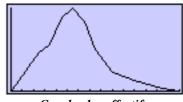


Histogramme

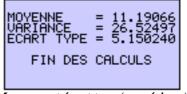
Histogramme + Courbe des



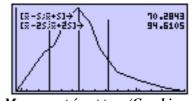




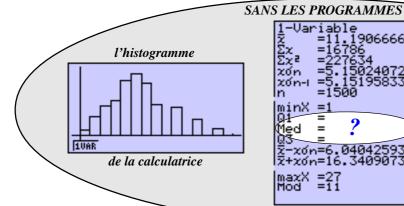
Courbe des effectifs



Moyenne et écart type (numérique)



Moyenne et écart type (Graphique)





Ici, la médiane et les quartiles ne sont pas calculés, car des effectifs sont supérieurs à 255. (effectif maximum admis sur une ligne d'une liste).



HISTOGRAMME





Obtenir un histogramme d'une série statistique à variables continues, dont les classes ne sont pas de même amplitude.

Exemple numérique:

Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8; 10[[10; 12[[12; 14[[14;16[[16; 20]
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6



Organisation:

On range les **bornes inférieures** des classes dans la **liste n°1**,

On range les bornes supérieures des classes dans la liste n°2,

On range les **effectifs** des classes dans la **liste** $n^{\circ}3$.

Fenêtre graphique:

Xmin sera la borne inférieure de la première classe (List 1, ligne 1),

Xmax sera la borne supérieure de la dernière classe (List 2, ligne 8),

Ymin sera 0,

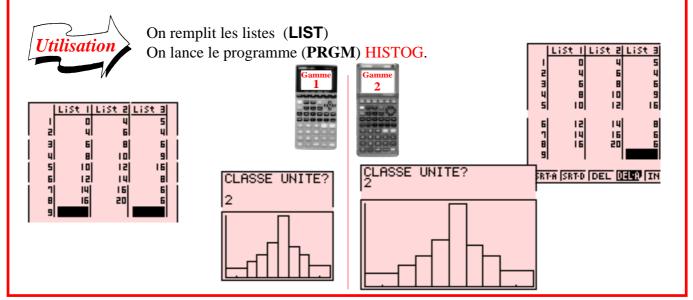
Ymax sera l'effectif maximum de la list 3.

Histogramme:

On prend en considération l'aire de chaque rectangle.

L'amplitude U, d'une classe de référence, étant définie, chaque rectangle sera caractérisé par:

- sa largeur L : amplitude de la classe (borne supérieure borne inférieure),
- sa hauteur **H** : effectif de la classe, proportionnellement au rapport **U/L**.





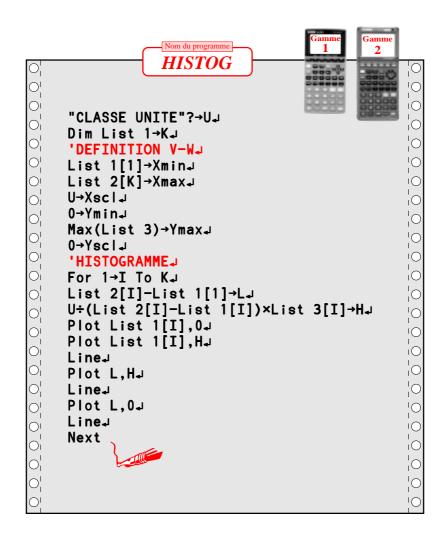


HISTOGRAMME



Ce programme suppose que:

- Les bornes inférieures des classes soient enregistrées en List 1.
- Les bornes supérieures des classes soient enregistrées en List 2.
- Les effectifs des classes soient enregistrés en List 3.





EFFECTIFS CUMULÉS





Obtenir la courbe des effectifs cumulés croissants d'une série statistique à variables continues, dont les classes ne sont pas de même amplitude.

Exemple numérique:

Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8; 10[[10; 12[[12; 14[[14;16[[16; 20]
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6
Effectifs cumulés	5	9	15	24	40	48	54	60



Organisation:

On range les **bornes inférieures** des classes dans la **liste n°1**,

On range les **bornes supérieures** des classes dans la **liste n°2**,

On range les **effectifs** des classes dans la **liste n°3**.

On calcule les effectifs cumulés des classes dans la liste n°4.

Fenêtre graphique:

Xmin sera la borne inférieure de la première classe (List 1, ligne 1),

Xmax sera la borne supérieure de la dernière classe (List 2, ligne 8),

Ymin sera 0,

Ymax sera l'effectif maximum de la list 4.

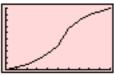
Courbe:

On trace les segments joignant les points:

- d'abscisse L : borne supérieure de la classe première borne inférieure,
- d'ordonnée **H** : effectif cumulé de la classe.



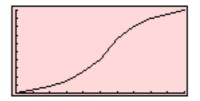
On remplit les listes 1, 2 et 3 (**LIST**) si ce n'est déjà fait. On lance le programme (PRGM) EFFCUMC.





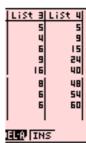
On peut contrôler le contenu de List 4 (**LIST**) pour s'assurer que les cumuls ont été faits correctement.





On peut contrôler le contenu de List 4 (LIST) pour s'assurer que les cumuls ont été faits correctement.









EFFECTIFS CUMULÉS



Ce programme suppose que:

- Les bornes inférieures des classes soient enregistrées en List 1.
- Les bornes supérieures des classes soient enregistrées en List 2.
- Les effectifs des classes soient enregistrés en List 3.

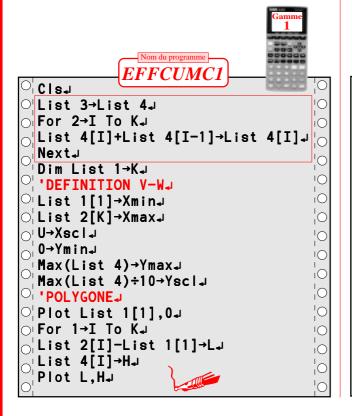
Les calculatrices **Gamme 1** ne disposant pas de l'instruction **Cuml** (cumul), On remplacera utilement la ligne:

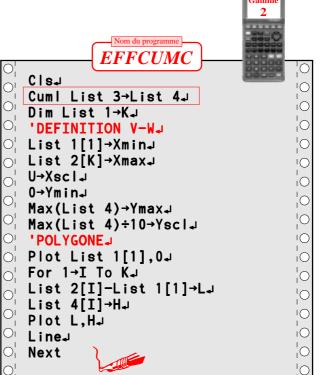
Cuml List 3→List 4↓

par les lignes:

List 3→List 4↓
For 2→I To K↓
List 4[I]+List 4[I-1]→List 4[I]↓
Next↓

qui produiront le même effet.







MÉDIANE QUARTILES





Déterminer la médiane et les quartiles d'une série statistique à variables continues. Exemple numérique:

Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8;10[[10; 12[[12; 14[[14; 16[[16; 20]
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6
Effectifs cumulés	5	9	15	24	40	48	54	60



Organisation:

On range les bornes inférieures des classes dans la liste n°1,

On range les bornes supérieures des classes dans la liste n°2,

On range les **effectifs** des classes dans la **liste n°3**.

On <u>calcule</u> les **effectifs cumulés** des classes dans la **liste n°4**.



La médiane recherchée correspond à un effectif de y = E/2 (E: effectif total).

On lit la **liste n°4** jusqu'à trouver un effectif $q \ge y$.

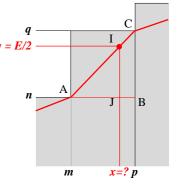
y est situé dans l'intervalle [n; q].

x, la médiane, est situé dans l'intervalle [m; p[.

Les triangles (ABC) et (AJI) sont semblables. On a: $\frac{AB}{AI} = \frac{BC}{II}$

Ce qui se traduit par: $\frac{p-m}{x-m} = \frac{q-n}{y-n}$

D'où la valeur de la médiane x: $x = m + \frac{p - m}{q - n} (y - n)$



Calcul des quartiles:

Les quartiles recherchés Q_1 et Q_3 correspondent respectivement à un effectif de:

 $y_1 = E/4$ et de $y_3 = 3E/4$ (E: effectif total).

On procède ensuite comme pour le calcul de la médiane.



On remplit les listes 1, 2 et 3 (**LIST**) si ce n'est déjà fait.

On lance le programme (PRGM) MEDIANE.





Q1 = 8 MEDIANE = 10.75 Q3 = 13.25 FIN DES CALCULS



MÉDIANE QUARTILES



Ce programme suppose que:

- Les bornes inférieures des classes soient enregistrées en List 1.
- Les bornes supérieures des classes soient enregistrées en List 2.
- Les effectifs des classes soient enregistrés en List 3.

Les calculatrices **Gamme 1** ne disposant pas de l'instruction **Cuml** (cumul), On remplacera utilement la ligne:

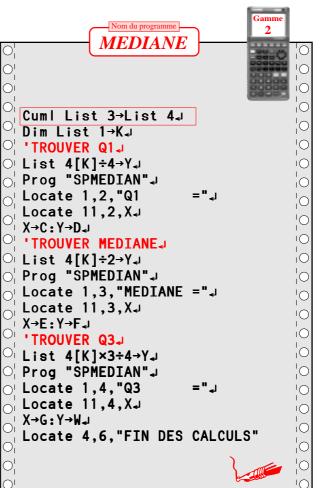
Cuml List 3→List 4₄

par les lignes:

List 3→List 4↓ For 2→I To K↓ List 4[I]+List 4[I-1]→List 4[I]↓ Next↓

qui produiront le même effet.

```
MEDIANE i
  List 3→List 4₄
  For 2→I To K↓
 List 4[I]+List 4[I-1]→List 4[I]↓
○ Next →
O Dim List 1→K₄
  'TROUVER Q1 4
  List 4[K]÷4→Y↓
  Prog "SPMEDIAN"↓
  "Q1 =":X₄
O X→C:Y→D~
  'TROUVER MEDIANE↓
O'List 4[K]÷2→Y₄
  Prog "SPMEDIAN"↓
  "MEDIANE =":X₄
  X→E:Y→F↓
Oi 'TROUVER Q3₄
C| List 4[K]×3÷4→Y₄
 Prog "SPMEDIAN" 4
  "Q3 =":X₄
  X→G:Y→W~
  "FIN CALCULS"
```





MÉDIANE Aspect Graphique





Déterminer la médiane et les quartiles d'une série statistique à variables continues et donner une représentation graphique de ces informations. Exemple numérique:

Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8;10[[10; 12[[12;14[[14; 16[[16; 20]
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6
Effectifs cumulés	5	9	15	24	40	48	54	60



Organisation:

On range les **bornes inférieures** des classes dans la **liste n°1**, On range les **bornes supérieures** des classes dans la **liste n°2**, On range les **effectifs** des classes dans la **liste n°3**.

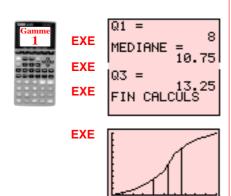
On utilise le programme MEDIANE (voir fiche MÉDIANE QUARTILES). On lit les informations numériques.

On utilise le programme EFFCUMC (voir fiche EFFECTIFS CUMULÉS).

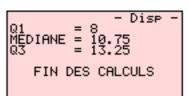
On trace Q1, Q2 (la médiane), Q3.



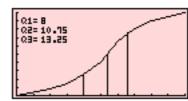
On remplit les listes 1, 2 et 3 (**LIST**) si ce n'est déjà fait. On lance le programme (**PRGM**) MEDGRPH.







EXE







MÉDIANE Aspect Graphique



Ce programme suppose que:

- Les bornes inférieures des classes soient enregistrées en List 1.
- Les bornes supérieures des classes soient enregistrées en List 2.
- Les effectifs des classes soient enregistrés en List 3.

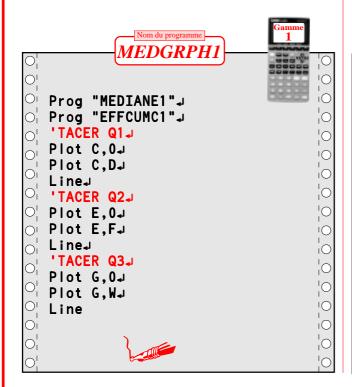
L'utilisation de ce programme suppose que soient présents en mémoire les programmes suivants: MEDIANE1 (voir fiche MÉDIANE - QUARTILES). SPMEDIAN (voir fiche MÉDIANE - QUARTILES). EFFCUMC1 (voir fiche EFFECTIFS CUMULÉS).

L'utilisation de ces programmes suppose que soient présents en mémoire les programmes suivants:

MEDIANE (voir fiche MÉDIANE - QUARTILES).

SPMEDIAN (voir fiche MÉDIANE - QUARTILES).

EFFCUMC (voir fiche EFFECTIFS CUMULÉS).



```
Prog "MEDIANE" 4
Prog "EFFCUMC" 4

'TACER Q1 4

Plot C, 0 4

Plot E, 0 4

Plot E, F 4

Line 4

'TACER Q3 4

Plot G, 0 4

Plot G, 0 4

Plot G, 0 8

Plot G, 0 9

Plot G, W 9

Line 4

Prog "SPECRIT"
```



MOYENNE ECART TYPE





Pour une série statistique à variables continues, dont les classes ne sont pas de même amplitude, déterminer la moyenne, la variance et l'écart type. Exemple numérique:

Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8; 10[[10; 12[[12; 14[[14;16[[16; 20]
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6



Organisation:

On range les **bornes inférieures** des classes dans la **liste n°1**,

On range les **bornes supérieures** des classes dans la **liste n°2**,

On range les **effectifs** des classes dans la **liste n°3**.

On <u>calcule</u> les **centres de classes** dans la **liste n°5**.

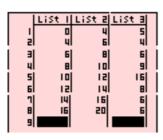
Calcul des résultats:

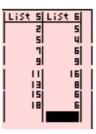
Les variables étant ramenées au centre de leur classe (en List 5) et les effectifs recopiés (en List 6), on exploite la fonction de calcul statistique de la calculatrice (avec List 5 et List 6).

On obtient directement: \overline{X} , σ^2 , σ , que l'on affiche.



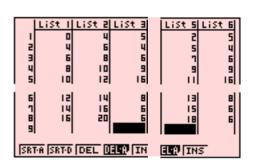
On remplit les listes (**LIST**)
On lance le programme (**PRGM**) MOYENNE.











MOYENNE = 10.51666667 VARIANCE = 18.14972222 ECART TYPE = 4.26024908 FIN CALCULS

MOYENNE = 10.51666 VARIANCE = 18.14972 ECART TYPE = 4.260249 FIN DES CALCULS



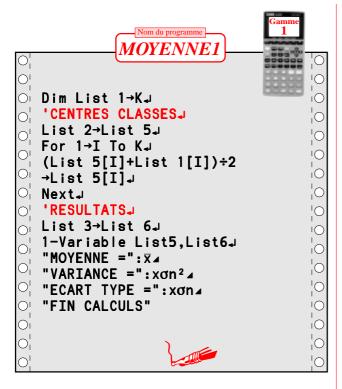


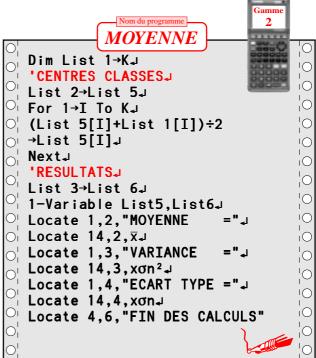
MOYENNE ECART TYPE



Ce programme suppose que:

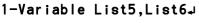
- Les **bornes inférieures** des classes soient enregistrées en **List 1**.
- Les **bornes supérieures** des classes soient enregistrées en **List 2**.
- Les effectifs des classes soient enregistrés en List 3.

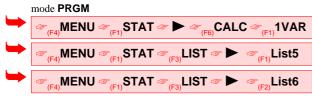






Accès aux instructions:







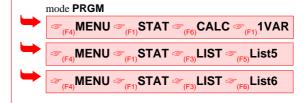




Accès aux instructions:



1-Variable List5,List6↓





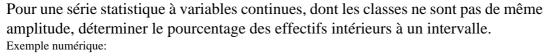
 $x\sigma n$ $\Rightarrow VARS \mathscr{O}_{(F3)}STAT \mathscr{O}_{(F1)}X \mathscr{O}_{(F5)}x\sigma n$





INTERVALLES $[\overline{X} - k\sigma; \overline{X} + k\sigma]$





Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8; 10[[10; 12[[12;14[[14;16[[16; 20]
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6



Organisation:

On range les **bornes inférieures** des classes dans la **liste n°1**,

On range les bornes supérieures des classes dans la liste n°2,

On range les **effectifs** des classes dans la **liste n°3**.

On <u>calcule</u> les **effectifs cumulés** des classes dans la **liste n°4**.

Calcul des effectifs:

• L'effectif inférieur recherché correspond à la variable $x = \overline{X} - \sigma$.

On lit la **liste n°2** jusqu'à trouver une variable $p \ge x$.

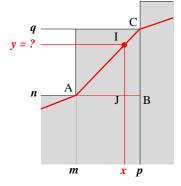
x est situé dans l'intervalle [m; p[.

y, l'effectif, est situé dans l'intervalle [n; q[.

Les triangles (ABC) et (AJI) sont semblables. On a: $\frac{AB}{AJ} = \frac{BC}{JI}$

Ce qui se traduit par: $\frac{p-m}{x-m} = \frac{q-n}{y-n}$

D'où la valeur de l'effectif y: $y = n + \frac{q - n}{p - m}(x - m)$



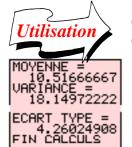
On nomme A l'effectif trouvé.

• L'effectif supérieur recherché correspond à la variable $x = \overline{x} + \sigma$.

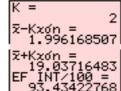
On procède comme plus haut et on nomme **B** l'effectif trouvé.

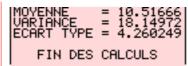
Calcul du pourcentage:

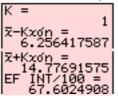
Le pourcentage des effectifs intérieurs à $[\bar{X} - \sigma; \bar{X} + \sigma]$ est donné par: $\frac{B-A}{E} \times 100$ (E effectif total)



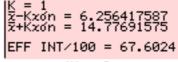
On remplit les listes 1, 2 et 3 (**LIST**) si ce n'est déjà fait. On lance le programme (**PRGM**) INTERV.

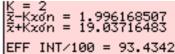
















INTERVALLES $[\overline{X} - k\sigma; \overline{X} + k\sigma]$



Ce programme suppose que:

- Les bornes inférieures des classes soient enregistrées en List 1.
- Les bornes supérieures des classes soient enregistrées en List 2.
- Les effectifs des classes soient enregistrés en List 3.

L'utilisation de ces programmes suppose que soit présent en mémoire le programme:

- MOYENNE (pour Gamme 2)
- MOYENNE1 (pour Gamme 1)

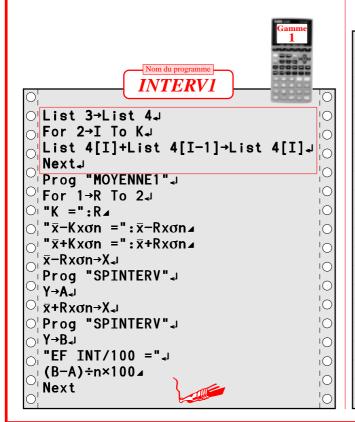
Les calculatrices **Gamme 1** ne disposant pas de l'instruction **Cuml** (cumul), On remplacera utilement la ligne:

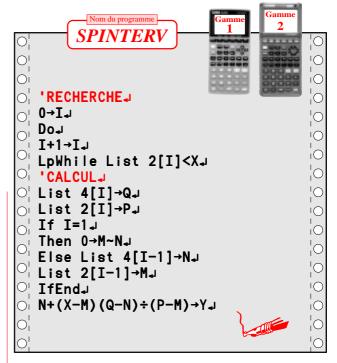
Cuml List 3→List 44

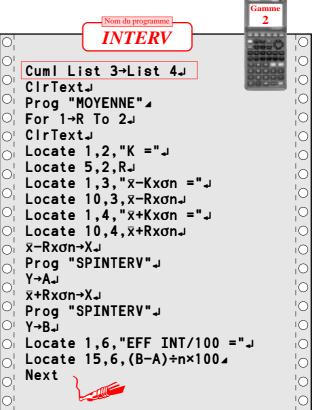
par les lignes:

List 3→List 4↓ For 2→I To K↓ List 4[I]+List 4[I-1]→List 4[I]↓ Next↓

qui produiront le même effet.









COURBE DES EFFECTIFS





Obtenir la courbe des effectifs d'une série statistique à variables continues. Exemple numérique:

Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8;10[[10; 12[[12;14[[14;16[[16; 20]
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6
Centres des classes	s 2	5	7	9	11	13	15	18



Organisation:

On range les **bornes inférieures** des classes dans la **liste n°1**,

On range les **bornes supérieures** des classes dans la **liste n°2**,

On range les **effectifs** des classes dans la **liste n°3**.

On calcule les centres des classes dans la liste n°5.

Fenêtre graphique:

Xmin sera la borne inférieure de la première classe (List 1, ligne 1),

Xmax sera la borne supérieure de la dernière classe (List 2, ligne 8), **Ymin** sera 0,

Ymax sera l'effectif maximum de la list 3.

s

Courbe:

L'amplitude U, d'une classe de référence, étant définie, on trace les segments joignant les points:

- d'abscisse L : centre de la classe,
- d'ordonnée **H** : effectif de la classe, proportionnellement au rapport **U/(amplitude de la classe)**.

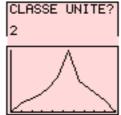




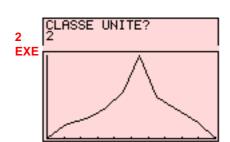
On remplit les listes 1, 2 et 3 (**LIST**) si ce n'est déjà fait. On lance le programme (**PRGM**) **EFFECT C**.



2 EXE







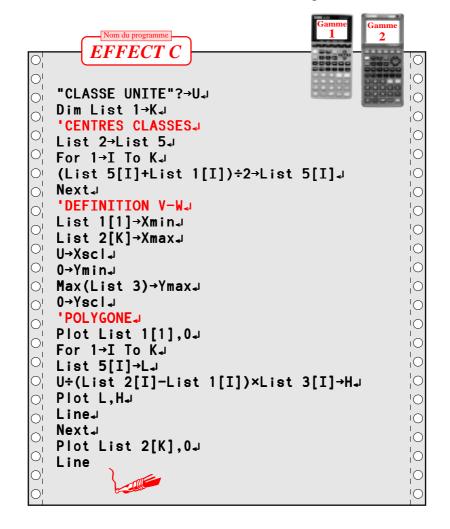


COURBE DES EFFECTIFS



Ce programme suppose que:

- Les bornes inférieures des classes soient enregistrées en List 1.
- Les bornes supérieures des classes soient enregistrées en List 2.
- Les **effectifs** des classes soient enregistrés en **List 3**.





COMPLEMENT: On peut superposer le polygone des effectifs à l'histogramme.

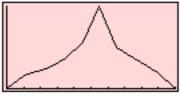
1- On lance le programme (**PRGM**) **EFFECT C**. On **copie** l'écran obtenu en **Pic1**.



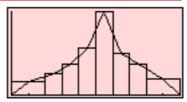
- 2- On lance le programme (**PRGM**) **HISTOG**.
- 3- On rappelle l'écran enregistré en Pic1.













MOYENNE Aspect Graphique





Déterminer la moyenne et l'écart type d'une série statistique à variables continues et donner une représentation graphique de ces informations. Exemple numérique:

Classes	[0;4[[4;6[[6;8[[8;10[[10; 12[[12; 14[[14; 16[[16; 20]	
Effectifs	5	4	6	9	16	8	6	6	



Organisation:

On range les **bornes inférieures** des classes dans la **liste n°1**, On range les **bornes supérieures** des classes dans la **liste n°2**,

On range les **effectifs** des classes dans la **liste** $n^{\circ}3$.

On utilise le programme MOYENNE (voir fiche MOYENNE ECART TYPE). On lit les informations numériques.

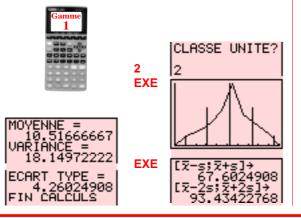
On utilise le programme EFFECT C (voir fiche COURBE DES EFFECTIFS).

On calcule les pourcentages internes (voir fiche INTERVALLES $[\bar{x}-k\sigma;\bar{x}+k\sigma]$) On trace les verticales en $\bar{X}-\sigma$, \bar{X} , $\bar{X}+\sigma$, on affiche le % age. On trace les verticales en $\bar{x}-2\sigma$, \bar{x} , $\bar{x}+2\sigma$, on affiche le % age.

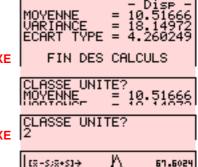


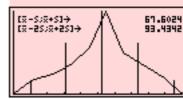
On remplit les listes 1, 2 et 3 (**LIST**) si ce n'est déjà fait.

On lance le programme (**PRGM**) MOYGRAPH.













MOYENNE Aspect Graphique



Ce programme suppose que:

- Les bornes inférieures des classes soient enregistrées en List 1.
- Les bornes supérieures des classes soient enregistrées en List 2.
- Les effectifs des classes soient enregistrés en List 3.

L'utilisation de ce programme suppose que soient présents en mémoire les programmes suivants:

MOYENNE1 (voir fiche MOYENNE-ECART TYPE). SPINTERV (voir fiche INTERVALLES).

EFFECT C (voir fiche COURBE DES EFFECTIFS).

L'utilisation de ces programmes suppose que soient présents en mémoire les programmes suivants:

 $MOYENNE \ \ (voir \ fiche \ MOYENNE-ECART \ TYPE).$

SPINTERV (voir fiche **INTERVALLES**).

EFFECT C (voir fiche **COURBE DES EFFECTIFS**).

